

ESPACES PROBABILISÉS FINIS

Exercice 1.

On lance deux dés à 6 faces numérotées de 1 à 6. On définit les événements suivants :

A : « obtenir au moins un 6 »

B : « obtenir deux 6 »

C : « obtenir deux nombres strictement inférieurs à 6 »

D : « obtenir deux nombres dont la somme est 1 »

E : « obtenir deux nombres impairs »

F : « obtenir deux nombres dont la somme est supérieure ou égale à 2 »

G : « obtenir deux nombres dont la somme est 6 »

Parmi ces événements, citer au moins :

1. un événement certain, un événement impossible :
2. deux événements contraires :
3. deux événements incompatibles mais pas contraires :
4. un événement élémentaire :
5. deux événements dont l'un est inclus dans l'autre :

Exercice 2.

Un automobiliste rencontre sur son trajet tous les jours 4 feux tricolores. Au moment où il passe chaque feu est soit vert soit orange soit rouge. On s'intéresse aux états successifs des feux dans l'ordre où ils sont rencontrés.

1. Déterminer un univers pour cette expérience et indiquer son cardinal.
2. Décrire par une phrase l'événement A défini par :

$$A = \{VVVR, VVRV, VRVV, RVVV, VVVO, VVOV, VOVV, OVVV, VVVV\}.$$
3. Quel est le contraire de A ?

Exercice 3.

Soient Ω un univers, A , B et C des événements.

Décrire à l'aide de A , B et C et des notations ensemblistes (réunion, intersection et complémentaire) les événements suivants :

1. « seul A se réalise » :
2. « A et B se réalisent mais pas C » :
3. « exactement deux événements parmi A , B et C se réalisent » :
4. « au plus deux événements se réalisent » :
5. « au moins un des trois événements se réalise » :
6. « les trois événements se réalisent » :
7. « B au moins se réalise » :

Exercice 4.

Soient $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ et x un réel tel que $P(\{\omega_1\}) = 3x$, $P(\{\omega_2\}) = x^2$, $P(\{\omega_3\}) = 2x$ et $P(\{\omega_4\}) = 5x^2$.

Déterminer x pour que P définisse une probabilité sur Ω .

Exercice 5.

On joue à la bataille navale sur une grille de 10 par 10, les lignes sont numérotées de 1 à 10 et les colonnes sont nommées de A à J .

Pour choisir au hasard la case que l'on va annoncer à son adversaire, on lance un dé équilibré numéroté de 1 à 10, qui donne le numéro de la colonne (avec la conversion A pour 1, B pour 2 ...), puis on relance le dé pour avoir le numéro de la ligne.

On définit les événements :

- * E_1 : « on tombe sur une des cases des trois premières colonnes »
- * E_2 : « on tombe sur une case de la ligne 3 »
- * E_3 : « on tombe sur la case $F5$ ».

1. Décrire Ω et les événements E_1 , E_2 et E_3 , et calculer leurs probabilités.
2. Calculer les probabilités de $E_1 \cap E_2$, $E_1 \cup E_2$, $E_1 \cap E_3$ et $E_1 \cup E_3$.

Exercice 6.

On lance simultanément un dé équilibré et une pièce équilibrée. À Pile, on associe le nombre 1, et à Face, le nombre 2.

1. Déterminer Ω et son cardinal.
2. On s'intéresse à la somme des deux nombres obtenus, et on définit les événements suivants :
 A : « obtenir une somme impaire »
 B : « n'obtenir ni 5 ni 6 comme somme »
 C : « obtenir une somme égale à 6 »
 D : « obtenir un multiple de 3 »
 E : « obtenir une somme inférieure ou égale à 3 »
 F : « obtenir une somme supérieure ou égale à 4 »

Déterminer la probabilité de chacun de ces événements.

Exercice 7.

Une urne contient 2 boules rouges, numérotées 1 et 2, et 2 boules vertes, numérotées 3 et 4. On y pioche deux boules simultanément.

1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?
2. Calculer la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.