Ensembles

Quelques ensembles connus.

$\mathbb{N}$: ....

$\mathbb{R}$: ....

$\mathbb{Q}$: ....

$\mathbb{Z}$: ....

$\mathbb{C}$: ....

Liens entre ces ensembles : ....

Exercice 1.

1. $1,4\ldots\mathbb{R}$; $-3\ldots\mathbb{Q}$; $0\ldots\mathbb{R}^{+*}$; $1\ldots\mathbb{N}^*$; $\frac{-6}{3}\ldots\mathbb{Z}$; $\pi\ldots\mathbb{Q}$

2. $E=\{4{,}1\,;\,-2\,;\,11\}$ est un ensemble qui contient ....éléments. $\ldots\in E$, mais $\ldots\notin E$.

$A=\{4{,}1\,;\,11\}$ alors $A\subset E$, autrement dit .... de E. De plus, $\bar{A}=$ ....

$B=\{-2\,;\,5\}$ .... car ....

$\mathcal{P}(E)=$ ....

3. $I=[-3;4[$: alors $-1,4\ldots I$; $4\ldots I$; $-3\ldots I$; $]-1;2[\ldots I$; $[0;4]\ldots I$

4. $[\![1;5[\![\cap\{2;5;-3\}=$........................... . $[\![1;5[\![\cup\{2;5;-3\}=$........................... .

$[-1;11]\cap[-3;4[\cap\mathbb{R}^+=$.................... . $[-1;11]\cup[-3;4[\cup\mathbb{R}^+=$..................... .

$[\![-5;0]\!]\backslash\{-1\,;3\}=$............................ . $\mathbb{Z}\backslash\,]-\infty,0]=$............................. .

Exercice 2.

Soit les ensembles $A=\{1;2;3\}$, $B=\{1;2;3;4;5;6\}$, $C=\emptyset$, $D=\{3;4;5;7\}$, $E=\{4;6;8\}$.

1. Décrire $\mathcal{P}(A)$, l'ensemble des parties de A.

2. Décrire les ensembles $A\cup B$, $A\cap C$, $B\cup D$, $B\cap A$, $E\cap(B\cup D)$, $(E\cap B)\cup D$, $E\cup(B\cap D)$, $(E\cup B)\cap D$.

Exercice 3.

Écrire plus simplement les ensembles suivants :
$A=\{x\in\mathbb{Z}\mid 0,7\leqslant|x|<4\}$; $B=\{x\in\mathbb{N}\mid |x|=2\}$; $C=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2=5\}$
$D=\{x\in\mathbb{R}\mid -x^2-3x+4\geqslant 0 \text{ et } x+3\leqslant 0\}$; $E=\{x\in\mathbb{R}\mid -x^2+3x+4\leqslant 0 \text{ ou } x-1<0\}$

Exercice 4.

Soient A et B deux ensembles, on suppose que $A\cup B=A\cap B$.
Montrer que $A=B$.

* Exercice 5.

Soient A, B et C trois ensembles, on suppose que $A\cap B=A\cap C$ et $A\cup B=A\cup C$.
Montrer que $B=C$.

Exercice 6.

Soient A et B deux parties d'un ensemble E.
On définit la ***différence symétrique*** de A et B, notée $A\Delta B$ par $A\Delta B=(A\backslash B)\cup(B\backslash A)$.

1. Représenter par une figure $A\Delta B$ pour deux ensembles A et B.

2. Que vaut $A\Delta B$ si $A\subset B$?

3. Que vaut $A\Delta\emptyset$? Que vaut $A\Delta E$?