

# DEVOIR MAISON N° 26

Pour le mardi 26 mai.

**Rappel :** la présentation et la rédaction entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies ! Encadrez les réponses, soignez les justifications ...

**Exercices 3. et 4.** de la feuille des espaces vectoriels B.

## Exercice 1.

Dans un DS de maths, un professeur décide de donner un QCM de 82 questions à ses élèves. Pour chaque question, il y a 5 propositions de réponse et une seule est correcte.

Kevin, peu expérimenté dans le domaine des maths décide de miser ses réponses sur le côté sur lequel tombe son crayon à papier à 5 faces. Il numérote chacune des faces de 1 à 5, et coche la réponse correspondante par question.

On suppose le crayon équilibré et on note  $Y$  le nombre de bonnes réponses.

Déterminer la loi de  $Y$  et en déduire l'expression de  $\mathbf{P}(Y = k)$  pour tous les  $k$  de  $Y(\Omega)$ .

Donner l'espérance de  $Y$  et interpréter.

**L'exercice suivant est obligatoire pour ceux qui ont eu plus de 12 au dernier DM, facultatif pour les autres.**

*Il est fortement conseillé de relire tout le paragraphe sur la fonction de répartition dans le chapitre Variables aléatoires finies.*

## Exercice 2.

On lance un dé vert et un dé rouge, tous deux équilibrés. On note  $X$  le résultat du dé vert, et  $Y$  celui du dé rouge.

On appelle  $U$  le minimum de  $X$  et  $Y$ , et  $V$  le maximum.

$$\text{on pourra utiliser la formule } \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

1. Donner la loi de  $X$ , et tracer sa fonction de répartition.

2. Déterminer  $U(\Omega)$  et  $V(\Omega)$ .

3. Soit  $x$  dans  $\mathbb{R}$ , justifier l'égalité  $(U > x) = (X > x) \cap (Y > x)$ .

Exprimer  $\mathbf{P}(U > x)$  en fonction de  $F_U(x)$  (fonction de répartition de la variable aléatoire  $U$  en  $x$ ).

En déduire l'expression de  $F_U(x)$  en fonction de  $F_X(x)$  et  $F_Y(x)$ .

4. En raisonnant de même avec l'événement  $(V \leq x)$ , exprimer  $F_V(x)$  à l'aide de  $F_X(x)$  et  $F_Y(x)$ .

En déduire l'expression de  $F_V(x)$ , puis la loi de  $V$  et son espérance.

5. Pour corriger plus vite les copies de ses étudiants, un professeur fatigué lance pour chaque copie 2 dés. La note de l'étudiant est alors le triple du plus grand des deux scores. Quelle sera la moyenne de la classe ?