

DEVOIR MAISON N° 26

Pour le mardi 26 mai.

Rappel : la présentation et la rédaction entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies ! Encadrez les réponses, soignez les justifications . . .

Exercices 3. et 4. de la feuille des espaces vectoriels B.

Exercice 1.

Dans un DS de maths, un professeur décide de donner un QCM de 82 questions à ses élèves. Pour chaque question, il y a 5 propositions de réponse et une seule est correcte.

Kevin, peu expérimenté dans le domaine des maths décide de miser ses réponses sur le côté sur lequel tombe son crayon à papier à 5 faces. Il numérote chacune des faces de 1 à 5, et coche la réponse correspondante par question.

On suppose le crayon équilibré et on note Y le nombre de bonnes réponses.

Déterminer la loi de Y et en déduire l'expression de $\mathbf{P}(Y = k)$ pour tous les k de $Y(\Omega)$.

Donner l'espérance de Y et interpréter.

L'exercice suivant est obligatoire pour ceux qui ont eu plus de 12 au dernier DM, facultatif pour les autres.

Il est fortement conseillé de relire tout le paragraphe sur la fonction de répartition dans le chapitre Variables aléatoires finies.

Exercice 2.

On lance un dé vert et un dé rouge, tous deux équilibrés. On note X le résultat du dé vert, et Y celui du dé rouge.

On appelle U le minimum de X et Y , et V le maximum.

on pourra utiliser la formule $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

1. Donner la loi de X , et tracer sa fonction de répartition.
2. Déterminer $U(\Omega)$ et $V(\Omega)$.
3. Soit x dans \mathbb{R} , justifier l'égalité $(U > x) = (X > x) \cap (Y > x)$.
Exprimer $\mathbf{P}(U > x)$ en fonction de $F_U(x)$ (fonction de répartition de la variable aléatoire U en x).
En déduire l'expression de $F_U(x)$ en fonction de $F_X(x)$ et $F_Y(x)$.
4. En raisonnant de même avec l'événement $(V \leq x)$, exprimer $F_V(x)$ à l'aide de $F_X(x)$ et $F_Y(x)$.
En déduire l'expression de $F_V(x)$, puis la loi de V et son espérance.
5. Pour corriger plus vite les copies de ses étudiants, un professeur fatigué lance pour chaque copie 2 dés. La note de l'étudiant est alors le triple du plus grand des deux scores. Quelle sera la moyenne de la classe ?