☀ Cahier de vacances ☀

❀ ❀

1. Ranger.

Récupérer sur les éventuels poly manquants sur le site `http://a-crida.toile-libre.org/tsi1/tsi1.html`.

Fonctions :

1. Calculs autour des fonctions (A, B, C, D, E, F)

2. Étude globale de fonctions

3. Fonctions circulaires

4. Fonctions ln, exp et puissances

5. Équations différentielles

6. Limites de fonctions

7. Continuité

8. Dérivabilité

9. Intégration

Algèbre et géométrie :

1. Géométrie vectorielle

2. Droites et cercles dans le plan

3. Plan droite et sphères dans l'espace

5. Systèmes linéaires

6. Familles de vecteurs

7. Matrices

8. Espaces vectoriels (A, B, C)

9. Polynômes

10. Applications linéaires (A et B)

Techniques sur les espaces vectoriels

Ensembles, dénombrement et probabilités :

1. Ensembles

2. Applications

3. Dénombrement

4. Espaces probabilisés finis

5. Probabilités conditionnelles et indépendance

6. Variables aléatoires finies

7. Lois usuelles

Suites :

1. Généralités sur les suites

2. Convergence des suites

3. Comparaison de suites

Nombres et calculs :

1. Nombres complexes (A et B)

2. Sommes et produits

3. $\mathbb{N}$ et récurrence

4. Nombres réels

AP :

1. Calculs

2. Logique (1 et 2)

3. Équations inéquations

2. Réviser les formules, méthodes et définitions de base.

Attention, il ne s'agit pas de se contenter de ne réviser que ces formules et définitions, mais celles-ci doivent être sues parfaitement et maîtrisées de manière sûre, car elles sont à la base de beaucoup d'exercices.
Elles sont à réviser, réécrire, réciter ... très régulièrement, jusqu'à ce qu'elles deviennent naturelles !
Si vous utilisez Anki : revoyez toutes les fiches, paramétrez des temps espacés entre les révisions.

Analyse et calculs :

- courbes des fonctions usuelles et limites usuelles ;
- formules de dérivées ;
- théorème et inégalité des accroissements finis ;
- théorème des valeurs intermédiaires ;
- théorème de la bijection et exemple d'application ;
- formule de l'intégration par parties ;
- solutions des équations différentielles homogènes linéaires d'ordres 1 et 2 ;
- forme générale de la factorisation d'un polynôme en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$;

- formules de trigonométrie ;
- racines de l'unité (chapitre Nombres complexes) ;
- sommes des entiers, sommes des puissances (chapitre Sommes et produits) ;
- terme général d'une suite arithmétique, géométrique ;
- formule du binôme de Newton (chapitre Dénombrement).

Probabilités :
- définition de la probabilité conditionnelle, critère d'indépendance de deux événements ;
- formules des probabilités composées, totales (avec hypothèse !), probabilités des causes et Bayes ;
- espérance et variance d'une variable aléatoire, formule de König-Huygens ;
- loi binomiale : savoir justifier et connaître $X(\Omega)$ et $\mathbf{P}(X = k)$.

Géométrie :
- calcul du produit scalaire et déterminant en dimension 2 et 3, calcul du produit vectoriel ;
- lien entre produit scalaire, produit vectoriel, déterminant et colinéarité, orthogonalité ;
- distance d'un point à un plan, d'un point à une droite, entre deux points (norme d'un vecteur).

Algèbre :
- espaces vectoriels usuels ($\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, espaces de fonctions) : opérations, base canonique, dimension (le cas échéant) ;
- définition d'un sous-espace vectoriel et méthodes ;
- définition du supplémentaire et méthodes ;
- définition d'une famille libre, d'une famille génératrice et méthodes (y compris fin du cours espaces vectoriels A) ;
- définition de la dimension d'un espace vectoriel ;
- caractérisation d'une application linéaire ;
- définition du noyau d'une application linéaire et de l'image et méthode ;
- définitions et caractérisations d'une application linéaire injective, surjective ;
- théorème du rang ;
- matrice d'une application linéaire, matrice de passage, formules de changement de base.

3. Pratiquer.

Les exercices avec ❀❀ sont basiques et les exercices avec ✳ demandent un peu plus de réflexion, .
Les réponses ou éléments de correction sont disponibles ici : `http://a-crida.toile-libre.org/tsi1/tsi1.html`.

❀❀Exercice 1.
Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = u_1 = 1$ et pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$.
Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = 2^{n+1} - 3^n$.

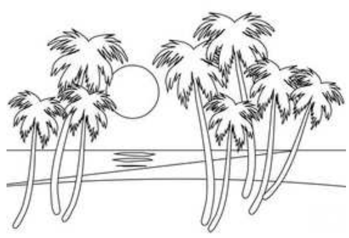
❀❀Exercice 2.

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$.
Montrer que pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = 3^{n+1} - 1$.

2. Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \sqrt{v_n + 2}$.

(a) Montrer que pour tout n, $v_n \in [0; 2]$.

(b) Montrer par récurrence que (v_n) est croissante.



❀❀Exercice 3.
Dériver les fonctions suivantes :

(a) $f(x) = 2x\cos(1 + \frac{1}{x})$

(b) $f(x) = -5x + \frac{2}{3x}$

(c) $f(x) = (2x - 1)\sqrt{x}$

(d) $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$

(e) $f(x) = x + 5 + \frac{2x+7}{x^2-1}$

(f) $f(x) = (2x - 1)^3$

(g) $f(x) = \arctan(3x + 5)$

(h) $f(x) = \frac{4}{(2x+5)^3}$

(i) $f(x) = \ln(3 - 2x)$

(j) $f(x) = \cos\left(\frac{-x}{\pi} + 1\right)$

(k) $f(x) = xe^{-2x} + 2x + 1$

(l) $f(x) = \exp\left(\frac{1}{x^2}\right)$

❀❀**Exercice 4.**
Déterminer la forme trigonométrique (exponentielle) des nombres complexes suivants :

$z_1 = (-1-i)^{15}$ $z_3 = -6 + 2i\sqrt{3}$ ✳$z_5 = -\cos\left(7\frac{\pi}{11}\right) - i\sin\left(7\frac{\pi}{11}\right)$

$z_2 = \left(\frac{i}{\sqrt{3}-i}\right)^2$ $z_4 = -e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ✳$z_6 = \sin\left(\frac{3\pi}{5}\right) - i\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$

Exercice 5.
Soient A, B et C des points du plan complexe d'affixes respectives $z_A = -2e^{i\frac{\pi}{3}} + 1$, $z_B = -3e^{i\frac{\pi}{6}} + 3i$ et $z_C = e^{5i\frac{\pi}{3}}$.

1. Représenter ces points dans le plan complexe.
Que peut-on conjecturer quant aux droites (AC) et (OB).

2. Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B}$ et en préciser un module et un argument.

3. Le résultat précédent confirme-t-il votre conjecture ?

❀❀**Exercice 6.**
Pour tout x in $]0, +\infty[$, on définit $g(x) = x^2 + \ln(x) - 2$.
Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une unique solution α et justifier que $1 < \alpha < 2$.

Exercice 7.
On pose $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$ et on définit la suite (u_n) par $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.
On suppose que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \geqslant \sqrt{2}$.

1. Justifier que f est dérivable sur $[\sqrt{2}; +\infty[$.
Calculer $f'(x)$ et montrer que $\forall x \in [\sqrt{2}; +\infty[$, $|f'(x)| \leqslant \dfrac{1}{2}$.

❀❀**2.** Rappeler l'inégalité des accroissements finis.
L'utiliser pour prouver que $\forall x \in [\sqrt{2}; +\infty[$, $|f(x) - \sqrt{2}| \leqslant \frac{1}{2}|x - \sqrt{2}|$.

❀❀**3.** En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$, $|u_n - \sqrt{2}| \leqslant \left(\dfrac{1}{2}\right)^n |u_0 - \sqrt{2}|$.

4. Que peut-on dire quant à la convergence de (u_n) ?
Pour quelles valeurs de n le nombre u_n est-il une approximation de $\sqrt{2}$ à 10^{-4} près ?

5. Écrire une fonction Python qui prend comme argument un entier n et renvoie une valeur approchée de u_n.
En utilisant cette fonction, représenter graphiquement la suite (n en abscisses, u_n en ordonnées) et vérifier les résultats obtenus à la question précédente.

Exercice 8.
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-x}$.

1. **(a)** Calculer les limites de $f(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

(b) La courbe représentative de f a-t-elle une asymptote ?

2. Étudier les variations de f et préciser ses éventuels extrema locaux.

3. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

4. Tracer l'allure de la courbe représentative de f, ainsi que sa tangente au point d'abscisse 0.
On donne $e^{-1} \approx 0,4$ et $5e^{-4} \approx 0,1$

5. **(a)** Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $]-\infty; 1[$. Cette solution sera notée α.

(b) Montrer que $-1 < \alpha < 0$.

(c) Placer α sur la courbe tracée dans la question **4.**.

* Exercice 9.

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{\sin(2x)}{\sqrt{x+1}-1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Déterminer la limite de f en 0 (*on pourra en chercher un équivalent*). La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

❀❀Exercice 10.

1. Déterminer par un calcul direct :

$$\int_{-1}^{2} (e^x + \cos x + 3x + 1)\,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 3x^5 + \sqrt{x}\right)\,\mathrm{d}x$$

2. Déterminer par une intégration par parties :

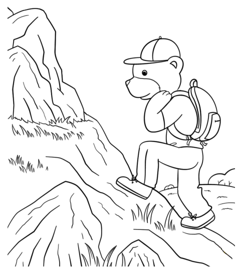
$$\int_0^1 xe^{-x}\,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad \int_0^t \cos(x)e^x\,\mathrm{d}x \text{ (double intégration par parties)} \qquad \text{et} \qquad \int_1^e x\ln(x)dx$$

3. Déterminer par le changement de variable indiqué :

$$\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x}\,\mathrm{d}x \text{ avec } u = \ln(x) \qquad \text{et} \qquad \int_1^t \frac{1}{x(1+\sqrt{x})}\,\mathrm{d}x \text{ avec } x = u^2.$$

Exercice 11.

Soit f_0 la fonction définie sur l'intervalle $[0;1]$ par $f_0(x) = e^{-3x}$.
Pour tout entier $n \geqslant 1$, on définit la fonction f_n sur $[0;1]$ par $f_n(x) = (1-x)^n e^{-3x}$.
On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \displaystyle\int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}x$.



❀❀**1.** Calculer u_0.

❀❀**2.** **(a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $u_n \geqslant 0$.

(b) Établir pour tout n de $\mathbb{N}$, l'inégalité suivante : $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$.

(c) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

❀❀**3.** **(a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $u_n \leqslant \dfrac{1}{n+1}$.

(b) Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

4. **(a)** À l'aide d'une intégration par parties, établir pour tout n de $\mathbb{N}$, la relation suivante : $u_{n+1} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{n+1}{3}u_n$.

(b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} nu_n$ et un équivalent de u_n en $+\infty$.

❀❀Exercice 12.

Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $2y' - 3y = 0$

2. $(1+x^2)y' + 2xy = 0$

3. $y' + y = \dfrac{1}{1+e^t}$ (avec variation de la constante)

4. $y' - 2y = t + t^2$

❀❀Exercice 13.

Résoudre les équations différentielles suivantes.
(*Donner les solutions à valeurs dans* $\mathbb{C}$ *et celles à valeurs dans* $\mathbb{R}$).

1. $y'' + y = 0$;

2. $y'' + 2y' + y = 0$;

3. $x'' - 3x' + 2x = 0$;

4. $y'' - 6y' + 9y = 0$;

5. $y'' - 2y' + 5y = 2e^{2x}$;

6. $y'' - 2y' + y = 3e^x$.

Exercice 14.

On considère l'équation $(E) : y'' + 4y = \cos(2x)$ où y est définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs réelles.

1. Déterminer α et β tels que $f : x \mapsto x(\alpha \cos(2x) + \beta \sin(2x))$ soit une solution de l'équation (E).

2. En déduire toutes les solutions de (E).

3. Déterminer la solution vérifiant de (E) vérifiant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

❀❀Exercice 15.

On dispose d'un dé équilibré et de trois boîtes. La boîte n° 1 contient 2 boules rouges et 3 boules vertes. La boîte n° 2 contient 1 boule rouge et 1 boule verte. La boîte n° 3 contient 4 boules rouges et 1 boule verte. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A : conditionnement, indépendance.

On lance le dé, s'il donne 1, 2 ou 3, on pioche une boule dans la boîte n° 1, si il donne 4 ou 5, on pioche dans la boîte n° 2 et s'il donne 6 on pioche dans la boîte n° 3.

On note D la variable aléatoire qui donne le résultat du dé, et R l'événement « la boule piochée est Rouge ».

1. Donner la loi de D.

2. À l'aide de la formule des probabilités totales, déterminer $\mathbf{P}(R)$.

3. On a pioché une boule rouge, quelle est la probabilité que le dé ait fait 6 ?

4. Les événements R et $(D = 6)$ sont-ils indépendants ?

5. Désormais une fois le tirage de la boule fait, on pioche une deuxième boule dans la même boîte, sans avoir remis la première.
Quelle est la probabilité de piocher une boule verte puis une boule rouge ?

Partie B : variables aléatoires, lois usuelles.

On se place ici dans la boîte n° 1, et on pioche 20 fois de suite dans cette boîte, avec remise entre chacun des tirages.

On appelle X la variable aléatoire du nombre de boules vertes piochées à la fin des 20 tirages.

1. Justifier que la probabilité p de piocher une boule verte dans cette boîte est de $\frac{3}{5}$.

2. Déterminer la loi de X. On précisera les valeurs prises par cette variable, ainsi que la probabilité de chacune.

3. Quelle est la probabilité de piocher au moins une boule verte ?

4. Déterminer l'espérance et la variance de X.

5. On associe à cette situation un jeu : le joueur gagne 10 euros chaque fois qu'il pioche une boule verte, mais doit en donner 8 s'il pioche une boule rouge.
On note G le gain à l'issue des 20 tirages.
Exprimer G en fonction de X et donner le gain moyen.

* Exercice 16.

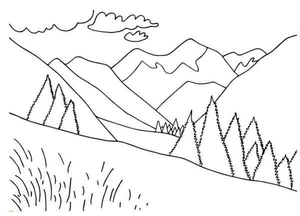
Un mobile se déplace sur les points à coordonnées entières d'un axe gradué. À l'instant 0 il est à l'origine. Il se déplace à chaque instant, de façon équiprobable, d'une unité sur la droite ou de deux unités sur la droite. On admet que les déplacements sont mutuellement indépendants. On note X_k la distance parcourue au cours du k-ième déplacement.

1. Donner la loi de X_k.

2. Soit $Y_k = X_k - 1$ reconnaître la loi suivie par Y_k

3. Soit $Z_n = \sum_{k=1}^{n} Y_k$. Reconnaître la loi de Z_n.

4. Soit W_n la distance parcourue au bout de n sauts. Donner la loi de W_n.



Exercice 17.

On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée. Soit Y le rang du premier « pile » obtenu. Si l'on n'obtient aucun « pile » au cours des trois lancers, Y prend la valeur 0.

1. Déterminer la loi de Y, son espérance et sa variance.

2. Tracer sa fonction de répartition.

Exercice 18.

Résoudre les systèmes suivants :

1. $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & - & z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & - & z & = & 2 \\ 2x & + & 4y & & & = & 2 \end{array}\right.$

2. $\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & + & z & - & t & = & 1 \\ x & - & y & - & z & + & t & = & 2 \\ x & - & y & - & z & - & t & = & 3 \end{array}\right.$

* Exercice 19.

Dans $\mathbb{R}^4$, on donne $u_1 = (1,0,1,1)$, $u_2 = (2,1,3,0)$, $u_3 = (1,-1,1,1)$.

1. Prouver que (u_1, u_2, u_3) est une famille libre et la compléter pour obtenir une base de $\mathbb{R}^4$.

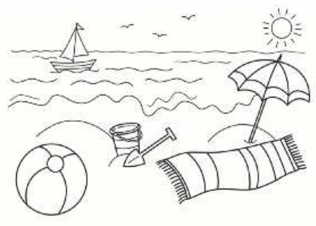
2. Déterminer un sous-espace vectoriel supplémentaire de $G = \mathrm{Vect}(u_1, u_2, u_3)$ dans $\mathbb{R}^4$.

❀❀Exercice 20.

Soit $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x - 2y + z = 0\}$ et $G = \mathrm{Vect}(e_1)$ avec $e_1 = (1,1,0)$.

1. Justifier que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ et en donner une base.

2. Prouver qu'alors $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$.



❀❀Exercice 21.

On définit $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, y - z = 0 \text{ et } 2x + z = 0\}$ et $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x - y + 3z = 0\}$.

1. Montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ et en déterminer des bases notées $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$.

2. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.

❀❀Exercice 22.

On considère la famille $\mathcal{F} = (P_0, P_1, P_2, P_3)$ avec $P_0 = X$, $P_1 = 1+X$, $P_2 = 1+X+X^2$ et $P_3 = 1 + X + X^2 + X^3$.

1. Justifier que $\mathcal{F}$ est une base de $\mathbb{R}_3[X]$ et donner la matrice de passage de la base canonique de $\mathbb{R}_3[X]$ vers la base $\mathcal{F}$. On note cette matrice Q.

2. Déterminer Q^{-1}.

3. Soit P un polynôme quelconque de $\mathbb{R}_3[X]$ noté $P = a + bX + cX^2 + dX^3$, on note U la matrice de ses coordonnées dans la base canonique de $\mathbb{R}_3[X]$.
Déterminer V la matrice de ses coordonnées dans la base $\mathcal{F}$.

❀❀Exercice 23.

Déterminer les matrices des applications linéaires suivantes dans les bases canoniques des espaces vectoriels concernés (et justifier la linéarité d'une de ces applications).

1. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, f(x,y) = (2x + 3y, 3x - 5y)$

2. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, f(x,y) = (2x - 3y, x + y)$

3. $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, f(x,y) = (2x - y, x + y, x - y)$

4. $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x,y,z) = (x + y, y - z)$

❀❀Exercice 24.

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ et $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ les deux applications linéaires définies, en coordonnées cartésiennes, par

$$f(x, y) = (2x + y, -y, x - 2y), \quad g(x, y, z) = (x - z, 2y).$$

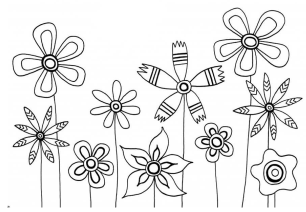
1. Trouver les matrices A et B qui représentent f et g dans les bases canoniques de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

2. Calculer AB et BA et en déduire les expressions des applications $f \circ g$ et $g \circ f$.

❀❀Exercice 25.

Soit f l'application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^4$ définie pour tous x, y réels par

$$f((x, y)) = (x + 2y, x, x + y, 3x + 5y).$$



1. Montrer que f est une application linéaire.

2. Déterminer $\mathrm{Ker}(f)$ et préciser sa dimension.

3. Déterminer $\mathrm{Im}(f)$ et préciser sa dimension.

4. Construire la matrice A de f dans les bases canoniques (notées $\mathcal{C}_2$ pour $\mathbb{R}^2$ et $\mathcal{C}_4$ pour $\mathbb{R}^4$).

5. On note $u_1 = (1, 1)$ et $u_2 = (-1, 1)$, et on admet que $\mathcal{B}_2 = (u_1, u_2)$ est une base de $\mathbb{R}^2$.
On note $v_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0, 0)$, $v_3 = (1, 1, 1, 0)$ et $v_4 = (1, 1, 1, 1)$ et $\mathcal{B}_4 = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, on admet que c'est une base de $\mathbb{R}^4$.
Déterminer la matrice de f de la base $\mathcal{B}_2$ vers $\mathcal{B}_4$.

Exercice 26.

On considère $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$ et l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$$f(e_1) = e_1, \quad f(e_2) = -e_1, \quad f(e_3) = e_3.$$

1. Déterminer l'image par f d'un élément (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$.

2. Déterminer le noyau et l'image de f et donner une base de chacun d'eux : on notera $\mathcal{N}$ une base du noyau, et $\mathcal{I}$ une base de l'image.

3. Déterminer l'application $f \circ f$ (on cherchera les images par $f \circ f$ des vecteurs de la base) et en déduire que f est un projecteur.

4. Justifier que $(\mathcal{I}, \mathcal{N})$ est une base de $\mathbb{R}^3$, et donner la matrice de f dans cette base.

❀❀Exercice 27.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point $A(1, 2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{v} = (-2, 3)$.

2. Soit (D) la droite d'équation $2x + y - 1 = 0$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point $A(1, 2)$ et perpendiculaire à (D).

3. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (AB) avec $A(-3, 0)$ et $B(-2, 4)$.

4. Déterminer la distance de B à la droite (D).

Exercice 28.

Dans un repère orthonormé, on donne les point $A(1; 2)$ et $B(5; 3)$.

1. Déterminer les coordonnées des points C et D tels que $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$.

2. Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$.
Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

3. Les droites (AC) et (BD) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 29.

Déterminer le réel z tel que les vecteurs $\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$ soient coplanaires.

Exercice 30.

Déterminer une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques du plan dans chacun des cas suivants :

1. plan passant par $A(1,1,1)$, $B(2,1,-1)$ et $C(1,0,1)$;

2. plan passant par $A(-2,1,-3)$ et de vecteurs directeurs $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$;

3. plan de vecteur normal $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et qui passe par $A(0,-1,-3)$.

4. Pour aller plus loin.

Refaire des sujets de DS, de DM, le concours blanc ...

Bon courage, et surtout bonnes vacances ...

... subtilement équilibrées entre repos, détente et travail !