Programme de la semaine 16

du 3 au 7 février.

Question de cours : *deux parmi*

- définition d'une combinaison linéaire et de $\text{Vect}(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \dots, \overrightarrow{u_3})$.
- définition d'une famille libre, et d'une famille liée, et propriété de caractérisation.
- définition d'une famille génératrice et propriété de caractérisation.
- définition du produit de deux matrices.
- formule du binôme de Newton pour les nombres, application au développement de $(A + \frac{1}{2}I)^4$.
- définition de l'inversibilité d'une matrice et de l'inverse et propriété de caractérisation, et inverse de AB avec preuve.
- Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \mapsto & (3x - 2y + z, y + 5z) \end{array}$

  On admet que f est linéaire. Déterminer la matrice canoniquement associée à f.

  Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, déterminer l'application linéaire canoniquement associée à A.
- définition du noyau d'une matrice, détermination du noyau de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- définition de l'image du matrice.

Calculs : *un au choix*

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, et $B = A - 3I$.

Calculer B^2, B^3 et en déduire l'expression de A^n pour $n \geqslant 2$.

2. $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer A^2 et $8A - 15I$. En déduire que A est inversible et donner A^{-1}.

3. On pose $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$.

En utilisant la méthode du pivot de Gauss, déterminer pour quelle(s) valeurs de a la matrice A est inversible.

Thèmes généraux des exercices : matrices, tout le chapitre sauf détermination de l'image d'une matrice.